EXERCICE 1 – SUITES

(A) 42 - 36 - 30 - 24 - 18 - 12 - 6 : *Moins 6 ; moins 6 ; moins 6 ; … Suite arithmétique de raison « – 6 ».*
(B) 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 15 - 17 - 19 : Plus 2 ; plus 2 ; plus 2 ; … *Suite arithmétique de raison « 2 ».*
(C) A - C - F - J - O - U - B : *Les lettres se suivent à distances croissantes dans l'ordre alphabétique :*
*A (1) + **2** = C (3) ; C (3) + **3** = F (6) ; F (6) + **4** = J (10) ; …*
(D) un2 - deux4 – trois5 - quatre6 – cinq4 – six3 : *Suite des entiers écrits en toutes lettres, suivies du nombre de lettres du mot.*
(E) C8 - E10 - G13 - I17 - K22 : *Suite arithmétique de raison 2 pour les lettres : C + 2 = E ; E + 2 = G ; …*
*Pour les chiffres : 8 + **2** = 10 ; 10 + **3** = 13 ; 13 + **4** = 17 : 17 + **5** = 22 ; …*
(F) 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23 - 29 - 31 - 37 : *Suite des nombres premiers.*
(G) ABD - FGJ - MNR - VWB : *A + **1** = B ; B + **2** = D - D + **2** = F ; F + **1** = G ; G + **3** = J -*
*J + **3** = M : M + **1** = N ; N + **4** = R - R + **4** = V ; V + **1** = W ; W + **5** = B - …*
(H) 11 - 13 - 10 - 12 - 9 - 11 - 8 : *Plus 2 ; moins 3 ; Plus 2 ; moins 3 ; Plus 2 ; moins 3 ; …*

EXERCICE 2 – LIMITES – CONTINUITE – DERIVATION

Exercice 1 : Vrai – Faux.

(A) Faux : On ne peut pas tracer la courbe représentative de f sur **R** « sans lever le crayon ».
(B) Vrai : « Au voisinage » du point d'abscisse –2, on peut tracer la courbe représentative de f « sans lever le crayon ».
(C) Faux : Au point d'abscisse –2, la courbe représentative de f n'admet pas de tangente.
(D) Vrai : Le graphique permet de conjecturer que la fonction f est dérivable et croissante sur]–2, 0[.
(E) Faux : Sur]–2, 0[, le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse x, diminue lorsque x augmente ; donc f ' est décroissante sur]–2, 0[.

EXERCICE 3 – LOGARITHME – EXPONENTIELLE – PUISSANCES

(A) Vrai : La courbe C passe par la point de coordonnées (0, e).
(B) Vrai : La courbe C admet au point d'abscisse 1 une tangente horizontale.
(C) Faux : La fonction g est définie en x si et seulement si f (x) > 0, donc si et seulement si $x \in]-2, 1[\cup]1, 2[$.
(D) Faux : g est définie et dérivable sur $D =]-2, 1[\cup]1, 2[$ et pour tout $x \in D$: $g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$.

La tangente à la courbe C au point d'abscisse 0 est horizontale, donc f '(0) = 0 ; d'où : $g'(0) = \frac{0}{e} = 0$.

(E) Vrai : $g(x) = 1 \Leftrightarrow \ln(f(x)) = 1 \Leftrightarrow f(x) = e$.
La courbe C permet de conjecturer que cette équation possède exactement deux solutions :
0 et un réel compris entre 1,2 et 1,4.

EXERCICE 4 – AIRES – INTEGRALES – PRIMITIVES

(A) Faux : Si C_2 est la représentation graphique de f, alors C_1 est la représentation graphique de f ’.
De plus la courbe C_2 permettrait alors de conjecturer que f est décroissante sur [1, 2] ; f ’ serait alors négative sur [1, 2].
Et cette dernière affirmation est en contradiction avec la courbe C_1 .
(B) Vrai : C_1 étant la représentation graphique de f, on en déduit que f est positive sur [−1, 6].
Soit F une primitive de f. Alors : F’ = f et donc F est croissante sur [−1, 6].
(C) Faux : C_2 est la représentation graphique de f ’.
La tangente à C_2 au point d’abscisse 0 n’est pas horizontale, donc $(f')'(0) = f''(0) \neq 0$.
(D) Vrai : La courbe C_2 admet deux tangentes horizontales.
(E) Vrai : $\int_0^1 f'(x)dx = [f(x)]_{x=0}^{x=1} = f(1) - f(0) = f(1)$.

(F) Vrai : La fonction f est positive sur l’intervalle [0, 2]. Donc $\int_0^2 f(x)dx$ est l’aire (en unité d’aire), du domaine délimité par C_1, l’axe des abscisses et les droites d’équations x = 0 et x = 2.
De plus, ce domaine est visiblement contenu dans 3 carrés de cotés 1.

EXERCICE 5 – ESPACE

(A) Faux : D et D’ sont respectivement dirigées par les vecteurs $\vec{u}\,(-3, -4, 1)$ et $\vec{v}\,(3, 1, 3)$ qui ne sont pas colinéaires.
(B) Vrai : A (0, 2, – 2) et ses coordonnées vérifient l’équation du plan P : 0 – 2 – (– 2) = 0.
(C) Faux : Aucun point de D ne vérifie l’équation de P. En effet, pour tout $t \in \mathbf{R}$, on a :
$(-3t + 1) - (-4t + 3) - (t + 1) = -3t + 1 + 4t - 3 - t - 1 = -3 \neq 0$.
(D) Vrai : Les coordonnées du point A vérifient les équations des deux plans : 1 + 1 = 2 et 1 + 0 – 1 = 0.
(E) Vrai : Les vecteurs $\vec{a}\,(1, 0, 1)$ et $\vec{b}\,(1, 1, -1)$ sont respectivement normaux à chacun des deux plans.
$\vec{a}\ \vec{u} = 1\times1 + 0\times(-2) + 1\times(-1) = 1 - 1 = 0$, donc le vecteur $\vec{u}$ est orthogonal au vecteur $\vec{a}$.
$\vec{b}\,.\,\vec{u} = 1\times1 + 1\times(-2) + (-1)\times(-1) = 1 - 2 + 1 = 0$, donc le vecteur $\vec{u}$ est orthogonal au vecteur $\vec{b}$.
Le vecteur $\vec{u}\,(1, -2, -1)$ est donc un vecteur directeur des deux plans et donc un vecteur directeur de la droite D.
(F) Vrai : On peut vérifier que les points de coordonnées (k + 1, – 2 k, – k + 1) vérifient les deux équations pour tout k réel.
Sinon, on peut plus simplement remarquer que cette droite est bien dirigée par le vecteur $\vec{u}$ et passe par le point A de la question (A), qui appartient à D.
(G) Vrai : Le vecteur $\vec{c}\,(-1, 2, 1)$ est normal au plan d’équation : – x + 2 y + z = 2 et colinéaire au vecteur $\vec{u}$ $(= -\vec{c})$.

EXERCICE 6 – PROBABILITES

Problème de Monty Hall.
https://www.youtube.com/watch?v=XiKMMt3Mm4k

L’énigme des deux enfants.
https://www.youtube.com/watch?v=8ArJN4CQs84