

Exercice 1 :

On peut reporter les données dans un tableau et le compléter.

	B	\bar{B}	Total
A	2	8	10
\bar{A}	4	16	20
Total	6	24	30

Les données sont en noir ; $30 - 6 = 24$ / $30 - 10 = 20$ / $6 - 2 = 4$ / $10 - 2 = 8$ / $20 - 4 = 16$ ($= 24 - 8$)

1. a. $P(A) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$; $P(B) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$.

1. b. $P(A \cap B) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$.

1. a. On veut donc calculer la probabilité que l'élève pris au hasard fasse partie du club photo (A), sachant fait partie du club théâtre (B), notée : $P_B(A)$.

On a donc choisi un élève parmi les 6 élèves du club théâtre. Parmi ces élèves, 2 font partie du club photo.

Donc : $P_B(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

2. On sait que l'élève qui fait la photo fait partie théâtre.

On choisit donc le second élève parmi les 9 autres élèves du club photo dont un seul fait encore partie du club théâtre.

On a donc : $P_{T_1}(T_2) = \frac{1}{9}$

Exercice 2 :

1. On considère les événements suivants :

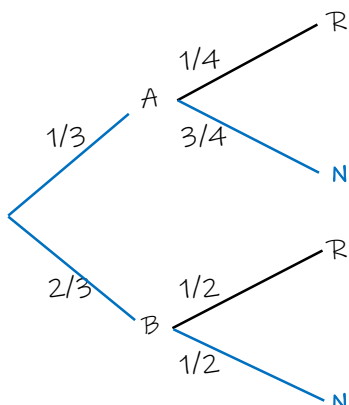
A : "Choisir l'urne A."

B : "Choisir l'urne B."

R : "Tirer une boule rouge."

N : "Tirer une boule noire."

Le dé comporte 2 faces dont le numéro est un multiple de 3 (les faces 3 et 6), donc : $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.



2. Il y a 2 chemins qui permettent de réaliser l'évènement N.

La probabilité de l'évènement N est donc la somme des probabilités de ces 2 chemins (Formule des probabilités totales).

$$P(N) = P(A \cap N) + P(B \cap N) = P(A) \times P_A(N) + P(B) \times P_B(N) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}.$$

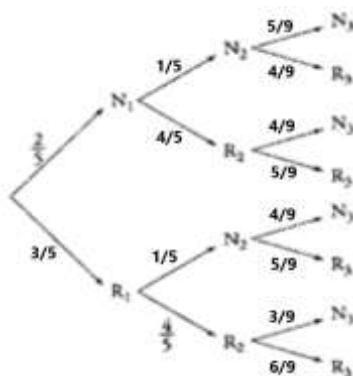
3. On cherche : $P_R(B) = \frac{P(B \cap R)}{P(R)}$.

$$P(B \cap R) = P(B) \times P_B(R) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \text{ et } P(R) = 1 - P(N) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}.$$

$$\text{On a donc : } P_R(B) = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{12}} = \frac{1}{3} \times \frac{12}{5} = \frac{3 \times 4}{3 \times 5} = \frac{4}{5}.$$

Exercice 3 :

1.



2. a. $P(N_1 \cap N_2 \cap N_3) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{5}{9} = \frac{2}{45}.$

$$P(N_1 \cap R_2 \cap N_3) = \frac{2}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{32}{225}.$$

2. b. $P(N_1 \cap N_3) = P(N_1 \cap N_2 \cap N_3) + P(N_1 \cap R_2 \cap N_3) = \frac{2}{45} + \frac{32}{225} = \frac{10+32}{225} = \frac{42}{225} = \frac{14}{75}.$

2. c. $P(R_1 \cap N_3) = P(R_1 \cap N_2 \cap N_3) + P(R_1 \cap R_2 \cap N_3) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{9} + \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{9} = \frac{4}{75} + \frac{12}{75} = \frac{16}{75}.$

3. $P(N_3) = P(N_1 \cap N_3) + P(R_1 \cap N_3) = \frac{14}{75} + \frac{16}{75} = \frac{30}{75} = \frac{2}{5}.$

4. $P(N_1 \cap N_3) = \frac{14}{75}$ et $P(N_1) \times P(N_3) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25} = \frac{12}{75} \neq P(N_1 \cap N_3).$

Donc N_1 et N_3 ne sont pas indépendants.

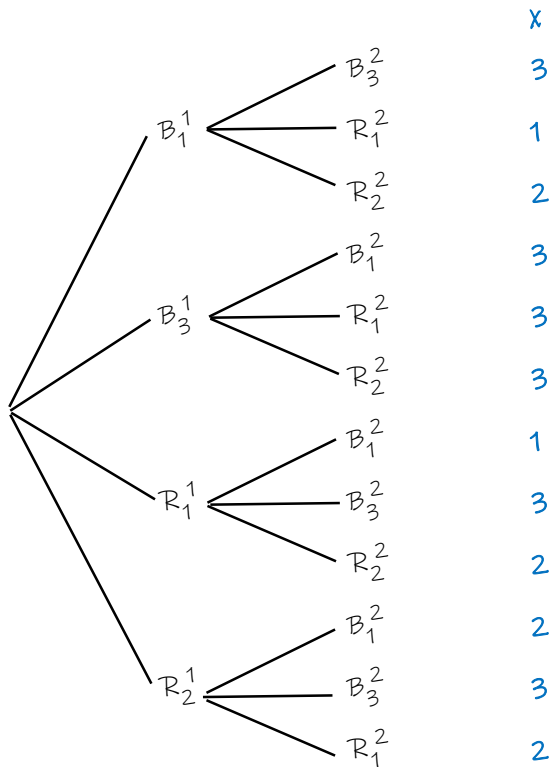
5. On cherche : $P_{N_3}(R_1) = \frac{P(R_1 \cap N_3)}{P(N_3)} = \frac{\frac{16}{75}}{\frac{2}{5}} = \frac{16}{75} \times \frac{5}{2} = \frac{8}{15}.$

Exercice 4 :

1. On considère les événements :

B_i^j : "Tirer la boule bleue numéro i au j -ème tirage".

R_i^j : "Tirer la boule rouge numéro i au j -ème tirage".



On a donc : $\text{card}(\Omega) = 4 \times 3 = 12$.

2. a. On complète l'arbre de la question 1. en précisant les valeurs de X .

On en déduit que les valeurs possibles de X sont les entiers : 1, 2 et 3.

2. b. On peut également déduire l'arbre de la question 1. que :

$$P(X=1) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} ; P(X=2) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} ; P(X=3) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

Remarque :

On dira que X est une **variable aléatoire**, car à toute issue de l'expérience aléatoire (tirer 2 boules de l'urne successivement et sans remise) elle associe un nombre réel (le plus grand des 2 numéros tirés).

Dans les question 2 et 3, on a déterminé la **loi de probabilité** de la variable aléatoire X .

Exercice 5 :

Une issue de l'expérience peut être représentée par l'ensemble contenant les numéros des deux boules tirées.

Ainsi, on a : $\Omega = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}\}$.

Donc : $\text{Card}(\Omega) = 10$.

ω	$\{1, 2\}$	$\{1, 3\}$	$\{1, 4\}$	$\{1, 5\}$	$\{2, 3\}$	$\{2, 4\}$	$\{2, 5\}$	$\{3, 4\}$	$\{3, 5\}$	$\{4, 5\}$
$S(\omega)$	3	4	5	6	5	6	7	7	8	9

Les valeurs possibles de la somme S des 2 numéros tirés sont donc les entiers compris entre 3 et 9.

On présente la loi de S dans le tableau ci-dessous :

s	3	4	5	6	7	8	9
$P(S = s)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

Exercice 6 :

1. Le jeton étant placé au hasard, le numéro de ligne est choisi de façon équiprobable parmi les entiers : 1, 2 et 3.

La variable L suit une loi uniforme sur l'ensemble : $\{1, 2, 3\}$.

Autrement dit l'ensemble des valeurs possibles de L est : $\{1, 2, 3\}$ et pour tout $x \in \{1, 2, 3\}$: $P(L = x) = \frac{1}{3}$.

Notons sur chacune des cases du damier la valeur de M si le jeton est posé dans cette case :

M	1	2	3
1	1	2	3
2	2	2	3
3	3	3	3

On en déduit que l'univers image de M (ensemble des valeurs possibles) est : $\{1, 2, 3\}$.

De plus on a :

m	1	2	3
$P(M = m)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{5}{9}$

2. On en déduit les espérances de L et M :

$$E(L) = 1 \times P(L = 1) + 2 \times P(L = 2) + 3 \times P(L = 3) = 1 \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{1}{3} + 3 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} (1 + 2 + 3) = \frac{6}{3} = 2.$$

$$E(M) = 1 \times P(M = 1) + 2 \times P(M = 2) + 3 \times P(M = 3) = 1 \times \frac{1}{9} + 2 \times \frac{3}{9} + 3 \times \frac{5}{9} = \frac{1}{9} (1 + 6 + 15) = \frac{22}{9} \approx 2,44.$$